

**Kompetenzzentrum zur Unterstützung von Kindern mit
Schwierigkeiten in den Bereichen Lesen, Schreiben und Rechnen**

Leitung: Norbert Holzer



**Didaktisches Paket
Bereich Mathematik
Nr.2
Stellenwert**

Kontaktpersonen:

Ursula Grasser

ursula.grasser@kphgraz.at

Norbert Holzer

norbert.holzer@kphgraz.at

INHALT:

A) Theoretischer Hintergrund	3
B) Praktische Umsetzung.....	5
C) Tipps für die organisatorische Umsetzung:	11
D) Materialien für den ZR 100 und ihre Einsatzmöglichkeiten	12
Anhang zur Vertiefung des persönlichen fachlichen Wissens	14

Einleitung

Was ist ein „Didaktisches Paket“?

Fortbildungen können Impulse für die Praxis geben. Eine nachhaltige Umsetzung im Unterricht erfordert in der Regel aber eine gute Integration in das eigene didaktisch-methodische Konzept und eine gut überlegte Adaptierung für die spezielle Situation der eigenen Klasse. Für diese weiterführende Arbeit fehlt im schulischen Alltag mit seinen permanenten Herausforderungen oft die erforderliche Zeit.

Mit den didaktischen Paketen wollen wir nützlich erlebte Fortbildungsinhalte für eine konkrete Benutzung im schulischen Alltag aufbereiten und einer größeren Gruppe von Lehrerinnen und Lehrern zur Verfügung zu stellen.

Zielsetzung

„Didaktische Pakete“ thematisieren **Kerninhalte** zu den Bereichen Lesen, Schreiben und Rechnen. Lernprozesse vollziehen sich immer in mehr oder weniger gut unterscheidbaren Entwicklungsstufen. Kerninhalte sind jene Konzepte, die eine unerlässliche Grundlage für einen tragfähigen Abschluss einer Entwicklungsstufe darstellen. Sind diese Kerninhalte nicht in solider Form verfügbar, so steht die gesamte weitere Entwicklung in Frage.

Zu diesen Kerninhalten gibt es die erforderlichen fachlichen Grundlagen und Anregungen für eine methodische Umsetzung. Gleichzeitig sind Lehrerinnen und Lehrer aber auch damit gefordert, diese methodischen Zugänge mit den unterschiedlichen Lernausgangslagen einer ganzen Klasse in Einklang zu bringen. Dazu werden einfach einzusetzende Klassenscreenings zur Verfügung gestellt, die einen raschen Überblick über den augenblicklichen Lernstand der Kinder bieten. Abgerundet wird dies mit Hinweisen zu einer lernorganisatorischen Umsetzung, die auf ökonomische Weise eine Differenzierung ermöglichen sollen.

Ein „Didaktisches Paket“ beinhaltet also:

- Fachliche Grundlagen zu einem Kerninhalt der Bereiche Lesen, Schreiben und Rechnen
- eine mögliche methodische Umsetzung
- lernorganisatorische Vorschläge für die Arbeit im Klassenverband

Mögliche Fortsetzung

Weitere „Didaktische Pakete“ könnten im Bereich Mathematik sein:

- Zehnerüberschreitung
- Operationsverständnis

Es handelt sich hier um ein Pilotprojekt, mit dem wir auch Erfahrungen sammeln möchten, inwieweit ein Angebot in dieser Form für den Schulalltag brauchbar und umsetzbar ist. Mit diesen Unterlagen erhalten Sie auch eine Excel-Datei zur Eingabe der Ergebnisse des Klassenscreenings. Jene Lehrerinnen und Lehrer, die uns die Daten mit der Excel-Datei in anonymisierter Form (Namen der Kinder werden durch Nummern ersetzt) zusenden, bekommen das nächste „Didaktische Paket“ im Laufe des Wintersemesters 2013/14 zugesandt.

Ansprechpersonen für dieses „Didaktische Paket zum Stellenwert“ sind Ursula Grasser und Norbert Holzer (siehe Emailadressen auf der Titelseite).

Stellenwertverständnis

A) Theoretischer Hintergrund

Die von uns verwendete Zahlschrift macht es möglich, dass normal begabte Kinder bereits in der Volksschule Rechenoperationen mit großen Zahlen durchführen können. Diese Zahlschreibweise ist das Endprodukt einer langen Entwicklung und hat sich in unserem Kulturkreis erst im 16. Jahrhundert durchgesetzt. Bis dahin war das wesentlich weniger leistungsfähige römische Zahlensystem gebräuchlich.

1. Das dekadische Zahlensystem

Die Ursprünge des dekadischen Systems werden in Indien vermutet. Es dürfte über den arabischen Raum nach Nordafrika gekommen und von dort von italienischen Kaufleuten nach Europa gebracht worden sein (arabische Zahlschreibweise). Diesem System liegen drei Konzepte zu Grunde:

Auf der Mengenebene

a) das Prinzip der fortgesetzten Bündelung

Auf der Zahlenebene

b) das Prinzip des Stellenwertes und

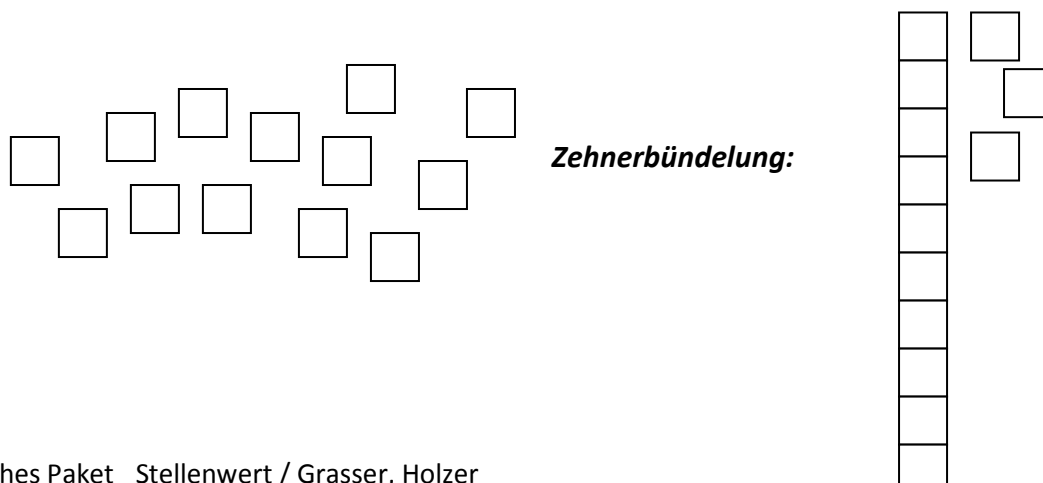
c) die Erfindung der Null

Diese drei Prinzipien machen einen gewaltigen Sprung vorwärts möglich.

1.1 Das Prinzip der fortgesetzten Bündelung

Im Zehnersystem werden immer zehn Elemente zu einer Einheit zusammengefasst (gebündelt). Bleiben beim Bündelungsvorgang noch einzelne Elemente übrig, die keine ganze Portion mehr ergeben, so werden diese auch einzeln (als Einer) notiert.

Diese ungeordnete Menge von 13 Elementen soll gebündelt werden:



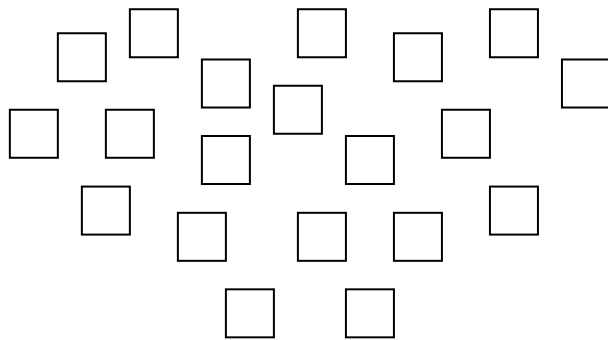
1.2 Das Stellenwertprinzip

Die Zahlzeichen sind nicht mehr nur auf einen bestimmten Wert fixiert. Jede Ziffer hat neben ihrem Anzahlaspekt (Wie viele Portionen dieser Art gibt es?) auch noch einen Stellenwert. Die Position oder Stelle innerhalb einer Zahl gibt Aufschluss über den Wert dieser Ziffer. Die Zahl 111 besteht nur aus Einsern. Dabei hat die Ziffer 1 einmal den Wert von 1, einmal von 10 und einmal von 100.

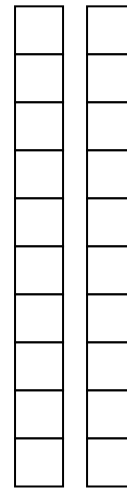
1.3 Die Null

Bleibt bei einem Bündelungsvorgang kein Rest übrig, so gibt es auf der nächstniedrigeren Ebene (Stelle) keine Portion. Um den tatsächlichen Wert einer Ziffer bestimmbar zu erhalten, ist es bei der reinen Zifferschreibweise notwendig, die Stellen ohne Portionen mit einer Null zu besetzen.

Ungeordnete Menge 20



Zehnerbündelung:



Es bleiben keine Einer übrig. Die Null muss als Platzhalter für die Einer den Stellenwert der Ziffer 2 erkennbar machen. Die Menge 20 ergibt bei einer Zehnerbündelung zwei Portionen und keine Einer.

Erst mit der Erfindung der Null sind für die Darstellung sämtlicher Zahlen nur mehr zehn Zahlzeichen, nämlich die Ziffern von null bis neun erforderlich. Dadurch kann bei der Zifferschreibweise auf die Angabe der Bündelungseinheit verzichtet werden. Es ist nicht erforderlich z. B. 4T 3H 2E zu schreiben, sondern es genügt die übliche Kurzschreibweise 4302. Im Gegensatz dazu muss die Bündelungseinheit aber beim gesprochenen Zahlwort dazugesagt werden. Wir sprechen: 4-tausend, 3-hundert, zwei. Beim Zahlwort arbeiten wir nur mit einem Bündelungssystem, aber nicht mit einem Stellenwertsystem.

Zusammenfassung

Unsere heutige Zahlschrift ist eine reine Zehnerbündelung in Kombination mit dem Stellenwert. Die zehn Finger der menschlichen Hand dürften wohl der entscheidende Aspekt gewesen sein, warum sich ausgerechnet die Zehnerbündelung durchgesetzt hat.

Dadurch werden auch große Zahlen leicht lesbar und besitzen relativ kurze Zahlwörter. Schriftliche Rechenverfahren können rasch und weitgehend unkompliziert durchgeführt werden. Die Kenntnis des Kleinen 1+1 und des Kleinen 1x1 reicht zur Berechnung von Aufgaben mit beliebig großen Zahlen (vgl. Padberg 2002, S. 51 ff).

B) Praktische Umsetzung

Voraussetzungen

Voraussetzungen für die Erarbeitung des Stellenwertprinzips ist eine sichere Beherrschung des Zahlenraumes 10. Eine Automatisierung ist nicht unbedingt erforderlich.

Kinder müssen ...

- Fingermengen als „Handpakete“ bis 10 quasi-simultan erfassen und benennen können (z.B.: Eine ganze Hand und zwei Finger ist sieben.)
- Fingermengen bis 10 mit „Handpaketen“ spontan zeigen können
- Zahlzerlegungen durchführen können (das Teile/Ganzes-Schema auf der Zahlenebene anwenden können).

Mit diesen Fähigkeiten kann bereits auf der ersten Schulstufe an einem tragfähigen Stellenwertverständnis gearbeitet werden. Die in den meisten Schulbüchern übliche Vorgangsweise bei der Zahlenraumerweiterung ist:

- Zahlenraum 10
- Zahlenraum 20
- Zehnerschritte bis 100

Das birgt die Gefahr, dass schwächere Kinder auch im Zahlenraum 20 bei rein zählenden Rechenstrategien bleiben. Eine Bündelung im Zahlenraum 20 ist in der Praxis nicht unbedingt erforderlich, bei großen Mengen jedoch unerlässlich. $12+6$ lässt sich ohne weiteres zählend lösen, $27+49$ aber nicht mehr. Für schwache Kinder ist damit auch das Teilschrittverfahren bei der Zehnerüberschreitung im Zahlenraum 20 nicht einsichtig. Spätestens im Zahlenraum 100 endet das in einer Sackgasse. Häufig sind diese zählenden Strategien dann aber zu einer festen Gewohnheit geworden und im Klassenverband kaum mehr „umzuprogrammieren“.

Unter den oben genannten Voraussetzungen macht es Sinn, den **Zahlenraum bis 99 als eine Einheit zu behandeln**. Die zu Grunde liegende Struktur wird so auch leichter erkennbar.

Vorteile, wenn vom Zahlenraum 10 gleich auf den Zahlenraum 99 übergegangen wird:

- Kinder haben in der Regel Freude daran, mit großen Mengen / Zahlen zu arbeiten.
- Die Automatisierung des Zahlenraumes 10 kann mit Additionen und Subtraktionen innerhalb der einzelnen Zehner im Zahlenraum 99 erfolgen. Analogien werden frühzeitig erkannt.
- Auch bei der Addition und Subtraktion ganzer Zehner wird die Automatisierung des Zahlenraumes 10 verbessert.
- Die Notwendigkeit der Bündelung, der Stellenwertschreibweise und der Null ist im Zahlenraum 99 wesentlich besser erkennbar als im Zahlenraum 20.
- Die Gefahr der Beibehaltung rein zählender Rechenstrategien wird verringert.

1. Erarbeitung von Stellenwertverständnis im ZR 99 nach Gaidoschik

(Methodische Schritte nach Michael Gaidoschik in:

Lenart, F; Holzer, N; Schaupp, H. (2003). Rechenschwäche-Rechenstörung-Dyskalkulie. Graz: Leykam)

1. Zahlwortreihe bis 20

Voraussetzung: Mengen bis zur Anzahl von 20 müssen abgezählt werden können.

2. Menge zwischen 11 und 19:

Steckwürfel eignen sich besonders gut! Man legt z.B. 13 Steckwürfel auf und lässt die Kinder zählen.

Wie schreibt man das auf? Wenn kein Kind eine Idee hat, dann schreibt die Lehrperson die Zahl auf.

Rätselfrage: „Wieso schreibt man da 1 und 3? 1 und 3 ist ja 4, das sind aber viel mehr Würfeln. Wie funktioniert das mit dem Aufschreiben? Kann man bei den Würfeln die 1 und die 3 irgendwo sehen?“

Bündelung: 10 Würfeln werden zu einer Stange zusammengesteckt. „Nun haben wir eine Zehnerstange (zur 1 bei 13 dazulegen) und noch 3 einzelne Würfel (diese zur 3 bei 13 dazulegen).“

Tabelle: Die Zahl wird in eine Tabelle notiert. „1 Zehner und 3 Einer.“

Z	E
1	3

3. Mengen bis 99 bündeln und in Tabelle eintragen:

Verschiedene Mengen zwischen 11 und 99 werden gebündelt in Zehnerstangen oder (wenn anderes Material verwendet wird) in Zehnerhäufchen. Die Zahl wird in eine Tabelle notiert.

Sprechweise: „Das sind 4 Zehner und 2 Einer“ (nicht: „zweiundvierzig“!).

Solche Übungen sollten über einen längeren Zeitraum immer wieder gemacht werden.

4. Fixe Zehnerstangen (Dienes Material):

Wenn das Bündeln verstanden wurde, kann auf Material mit fixen Zehnerstangen gewechselt werden. Im Unterschied zu den Steckwürfeln muss hier getauscht werden. 10 Zehner werden in eine Zehnerstange umgetauscht. Ein Kind kann dabei die „Bank“ sein.

5. Ohne Tabelle: Wie weiß ich ohne Tabelle, welche Ziffer die Zehner angibt und welche Ziffer die Einer angibt? „Die Zehner stehen immer links/vorne, die Einer immer rechts/hinten.“ Das Material bewusst auch durcheinander auf den Tisch legen! Schreiben die Kinder die Zahl auch richtig, wenn die Zehner rechts und die Einer links liegen?

6. Einbeziehung der Null: Was passiert, wenn bei einer Bündelung keine Einer übrig bleiben und ich keine Tabelle zum Eintragen habe? Besprechen der Null als Platzhalter. Wann ist die Null wichtig, wann kann sie weggelassen werden?

7. „Symbolisches Legen“:

$$3 Z + 4 E = \quad \quad \quad 8 E =$$

$$5 E + 6 Z = \quad \quad \quad 7 Z =$$

8. Sprechweise und Schreibweise

Die Sprechweise zweistelliger Zahlen ist in der deutschen Sprache eine eigene Herausforderung, da sie in umgekehrter Richtung zur Schreibweise erfolgt. Grundsätzlich müssen die Kinder einmal auf diese „unnötige“ Besonderheit aufmerksam gemacht werden. Kinder mit auditiven Wahrnehmungs- und Verarbeitungsschwächen werden hier ein gezieltes Hörtraining brauchen. Im Regelfall ist das „-zig“ die hörbare Kennzeichnung der Zehner.

Übungsmöglichkeit:

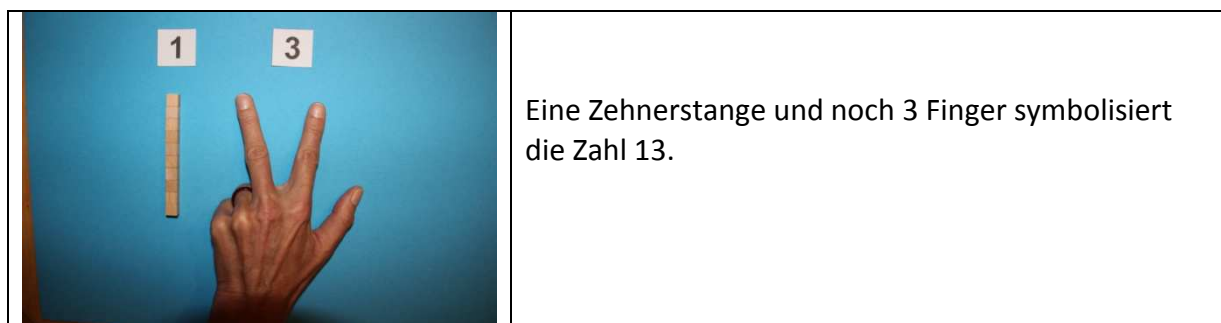
1. Zweistellige Zahlen werden vorgesprochen. Die Kinder soll sagen, welche beiden Zahlen sie hören und bei welcher der beiden sie das „-zig“ hören.
2. Die Kinder soll nun auch dazusagen können, wie viele Zehner und Einer das sind.
3. Bewusstmachen der Ausnahmen:
 - die Zahlwörter „elf“ und „zwölf“
 - „-zehn“ als Nachsilbe im zweiten Zehner statt „-zig“ (einszig; einsundeinszig, zweiundeinszig, dreiundeinszig; ...)
 - zwan-zig statt zwei-zig
 - drei-ßig statt drei-zig
 - sech-zig statt sechs-zig
 - sieb-zig statt sieben-zig
 - die Null wird bei reinen Zehnern nicht mitgesprochen (dreißig statt nullunddreißig)

Es sollte von vorneherein darauf geachtet werden, dass **zuerst die Zehner und dann die Einer geschrieben werden**. Manche Kinder gewöhnen sich an, zuerst die Einer und dann die Zehner zu schreiben. Bei einer dreistelligen Zahl muss für die Zehnerstelle dann zuerst der Platz freigelassen werden. Probleme könnte es in weiterer Folge dann beim Eintippen von Zahlen in den Taschenrechner geben.

2. Eine weitere Möglichkeit der Erarbeitung: Die Kombination von Fingerpaketen und Zehnerstangen

Von der Arbeit im Zahlenraum 10, die die Finger nichtzählend verwendet, kann mit dieser Methode mit geringerem Materialeinsatz der Zahlenraum schrittweise erweitert werden. Man braucht dazu lediglich Zehnerstangen.

Den Kindern ist klar, dass sie den ZR 20 nicht mehr mit ihren Fingern darstellen können. Beim Zählen werden nun die 10 Finger durch eine Zehnerstange ersetzt (umgetauscht). Werden nun noch 3 Finger ausgestreckt, dann symbolisiert das die Zahl 13.



Eine Zehnerstange und noch 3 Finger symbolisiert die Zahl 13.

Im Zahlenraum zwischen zehn und zwanzig kann nun addiert und subtrahiert werden (ohne Zehnerüber- bzw. -unterschreitung). Wenn das verstanden wurde, kann der Zahlenraum auf 30 erweitert werden, dann weiter auf 40 usw. Dabei werden die Zehnerstangen mit etwas Abstand von einander gelegt. Sobald es fünf Zehnerstangen sind, werden diese zu einem Paket zusammen geschoben. Die sechste Zehnerstange wird wieder mit etwas Abstand gelegt, ebenso die siebente, achte und neunte. Damit ist die Gesamtmenge der Zehnerstangen mit einem Blick erfassbar. Es ist möglich, dass manche Kinder immer wieder Pausen brauchen, in denen sie sich zwischen den bereits erarbeiteten Zehnern im Addieren und Subtrahieren üben, bevor der nächste Zehner dazu kommt.

Erst wenn das Stellenwertverständnis gut ausgeprägt ist und das Addieren und Subtrahieren im ZR 99 ohne Über- bzw. Unterschreitung gefestigt ist, wird die Zehnerüberschreitung zum Thema.

3. Eine Geschichte zur Erarbeitung des Stellenwertverständnisses:

Die folgende Geschichte kann parallel zur Erarbeitung des Stellenwertes mit den Schülerinnen und Schülern besprochen werden. Die einzelnen Teile sollten über längere Zeit hin thematisiert werden:

1. Vor vielen Jahren konnten nur wenige Menschen zählen und rechnen. Wie wusste ein Schafhirte, der nicht zählen konnte, dass er kein Schaf verloren hatte?

Die Kinder sollten über mögliche Lösungen diskutieren und durch Überlegen und Argumentieren herausfinden, welche Lösungsvorschläge funktionieren und welche nicht.

Häufige Vorschläge von Kindern:

- Der Hirte gibt jedem Schaf einen Namen.

Gegenargument: Die Herde ist zu groß, er kann sich die Namen nicht alle merken.

- Er kennzeichnet jedes Schaf mit einer Farbe.

Gegenargument: Auch wenn er so viele verschiedene Farben hätte, kann er sich die nicht alle merken.

- Jedes Schaf hat im Stall einen eigenen Platz. Wenn alle Plätze besetzt sind, dann hat er alle Schafe.

Diese Lösung funktioniert. Was macht er, wenn er einen solchen Stall nicht hat?

- Für jedes Schaf, das in der Früh aus dem Stall geht, schnitzt er eine Kerbe in seinen Hirtenstab. Am Abend lässt er die Schafe einzeln in den Stall. Beim ersten Schaf hält

er seinen Daumen in die erste Kerbe, beim zweiten in die zweite Kerbe...
Diese Lösung funktioniert.

- Er hat einen Lederbeutel und viele kleine Steine. Für jedes Schaf gibt er einen Stein in den Beutel. Am Abend nimmt er für jedes Schaf, das in den Stall geht, wieder einen Stein heraus.

Frage: Was bedeutet es, wenn alle Schafe im Stall sind und der Hirte noch zwei Steine in seinem Beutel hat?

Die Diskussion sollte so lange aufrechterhalten werden, bis die Kinder auf eine Lösung mit einer Eins-zu-Eins-Zuordnung kommen. Dann kann die ursprüngliche Fragestellung erweitert werden:

2. **Der Hirte wird bekannt dafür, dass er immer ganz genau weiß, wie viele Schafe er hat. Immer mehr Leute vertrauen ihm ihre Schafe an. Seine Herde wird immer größer. Der Sack mit den vielen Steinen wird ihm langsam zu schwer. Er denkt über eine bessere Lösung nach. Schließlich hat er eine Idee. Er verwendet größere und kleine Steine. Sein Sack mit den Steinen wird so viel, viel leichter. Wie zählt er jetzt die Schafe?**

Die Lösung, die hier durch gemeinsames Nachdenken herausgearbeitet werden soll, ist die Idee der Bündelung.

Variante 1:

Der Hirte benutzt seine Finger. Für jedes Schaf, das den Stall verlässt, streckt er einen Finger aus. Hat er alle Finger aufgebraucht, gibt er dafür ein Holzstäbchen in seinen Lederbeutel. Sobald er alle Finger braucht, so viele Holzstäbchen gibt er in seinen Beutel. Braucht er am Schluss z. B. noch drei Finger, so nimmt er dafür drei kleine Steine.

Frage: Was bedeutet es, wenn der Hirte in seinem Beutel 4 Holzstäbchen und 2 Steine hat? (Er hat so viele Schafe wie vier Mal alle Finger und dann noch 2 dazu.)

Variante 2:

Der Hirte benutzt wieder seine Finger, nimmt diesmal aber nur Steine. Immer, wenn er alle 10 Finger aufgebraucht hat, gibt er einen Stein in den Beutel. Wenn er am Schluss dann z. B. noch fünf Finger braucht, nimmt er dafür wieder fünf Steine. Diese Steine für die einzelnen Finger gibt er aber in einen zweiten Lederbeutel. Damit er die „Steinsorten“ nicht verwechselt, steckt er den Beutel mit den „Zehnersteinen“ in seine linke Manteltasche, den Beutel mit den „Einersteinen“ in die rechte Manteltasche.

3. **Der Hirte wird von einem klugen Mann in das Geheimnis der Zahlen eingeweiht. Der Mann zeigt ihm auch, wie er dieselben Ziffern für die großen und die kleinen Steine verwenden kann. Er schreibt sie dazu in eine Tabelle. Wie sieht die Tabelle aus? Was hat der Hirte jetzt dazugelernt?**

Variante 2 lässt sich direkt auf die Tabellenschreibweise übertragen. Die Kinder können nun selbst große Mengen von Dingen (Steine, Kastanien, Muscheln,) bündeln. Dabei werden immer Zehnerportionen gebildet und übersichtlich angeordnet. Anschließend wird die Anzahl der Zehnerportionen in einer Tabelle links und die Anzahl der einzelnen Dinge (die keine Zehnerportion mehr ergeben) in der Tabelle rechts eingetragen.

Z	E
4	6

Z	E
5	

Z	E
	9

Bleiben keine einzelnen Dinge übrig, wird die Spalte der Einer vorerst einfach frei gelassen. Auch auf die korrekte Sprechweise wird hier noch nicht geachtet. Wesentlich ist hier die Einsicht der Kinder in das Prinzip der Bündelung und dass sie dieselben Zahlzeichen für unterschiedliche Kategorien bewusst verwenden. Es genügt also, wenn sie sagen: „Ich habe 4 Zehnerportionen und noch 6 dazu.“ / „Ich habe 5 Zehnerportionen und sonst nichts.“ / „Ich habe 9“.

Die Kindergruppen tauschen ihre Mengen aus und überprüfen, ob sie auf das gleiche Ergebnis kommen. Ist dies nicht der Fall, wird noch eine dritte Gruppe gebeten, das Ergebnis ebenfalls zu überprüfen (oder beide Gruppen zählen selbst noch einmal).

4. **Eines Tages kommt ein Bote zum Hirten und bringt ihm eine Nachricht von einem Besitzer der Schafe. Der Hirte soll dem Boten Schafe mitgeben, weil der Besitzer diese in der Stadt verkaufen möchte. Wie viele Schafe von der Herde das sein sollten, hat er auf eine Tontafel geritzt, die der Bote mithat. Aber auf der Tontafel stand nur die Zahl 2. Der Besitzer hatte vergessen, die Tabelle dazu zu zeichnen. Was wusste der Hirte jetzt nicht?**

Das Ziel der Gespräche mit der Klasse sollte hier sein, dass beim Weglassen der Tabelle die Null als Platzhalter erforderlich ist.

Damit wären die drei wesentlichen Konzepte für ein tragfähiges Stellenwertverständnis erarbeitet. Die Tabelle kann also weggelassen werden, wenn ich darauf achte, dass ich die Zehner links und die Einer rechts schreibe. Habe ich

keine Einer, muss ich ein Null an ihre Stelle schreiben, damit die andere Ziffer am richtigen Platz ist.

Sobald ein Kind diese Zusammenhänge erkannt hat, ist es sinnvoll, ein strukturiertes Material einzuführen, bei dem die Zehnerportionen durch ganze „Zehnerstangen“ ersetzt werden. Vom Material her ist es wesentlich, dass die Aneinanderreihung von 10 Einern auch tatsächlich gleich aussieht, wie eine ganze Zehnerstange. Ganze Zehnerstangen haben den Vorteil, dass sie nicht mehr zerlegt werden können und so das Prinzip unseres Zahlenaufbaues noch deutlicher erkennbar machen.

Der bereits bekannte Vorgang der Bündelung und der Notation wird nun durch das neue Material um eine Handlung erweitert. Immer wenn eine Zehnerportion gebildet wurde, wird sie in einen ganzen Zehner umgetauscht (1 Kind könnte die „Bank“ spielen). Alles andere bleibt unverändert.

Auch der umgekehrte Vorgang soll bearbeitet werden. Es werden Zahlen vorgegeben und diese sollen mit Zehnerstangen und Einern gelegt werden.

Zusammenfassung der methodischen Schritte:

1. Bündeln von größeren Mengen in Zehnerportionen und Notation in einer Tabelle
2. Ersetzen der Zehnerportionen durch ganze Zehner
3. Erarbeitung der korrekten Sprechweise

C) Tipps für die organisatorische Umsetzung:

Auf die oben beschriebenen Arten kann das Prinzip der Bündelung und der Stellenwertschreibweise bereits in der 1. Schulstufe im Zahlenraum bis 99 eingeführt und aufgebaut werden.

Nach einer Einführung in das Prinzip der Bündelung sollten über einen längeren Zeitraum Bündelungen und die anschließende Notation in eine Tabelle immer wieder geübt werden. Dazu könnten täglich am Beginn des Schultages auf mehreren Schülertischen Mengen (von Steckwürfeln oder anderem unstrukturiertem Material) platziert werden. Die Kinder bündeln diese in Zehnerportionen und schreiben ihr Ergebnis in eine Tabelle. Das Ergebnis wird von einer weiteren Kindergruppe kontrolliert und danach mit der ersten Gruppe besprochen. Die Mengen können in weiterer Folge miteinander verglichen werden (3 Zehner und 4 Einer sind weniger als 2 Zehner und 9 Einer). Mehrere Mengen können ihrer Größe nach geordnet werden. So wird auch die Mächtigkeit von Mengen und die Ordnung der Zahlen thematisiert. Auch der umgekehrte Vorgang sollte dabei immer wieder vorkommen: Es werden Zahlen in Tabellen eingetragen auf die Kindertische gelegt und die Kinder legen die entsprechende Menge in gebündelter Form dazu.

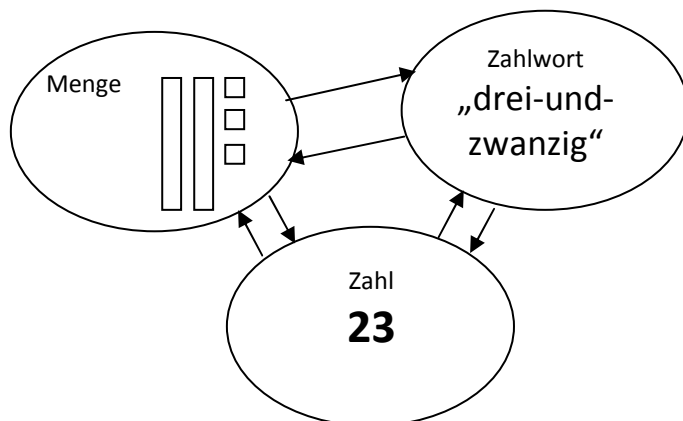
Durch diese Übungen wird an der Verbindung von Menge und Zahl (in Ziffern dargestellt) gearbeitet (siehe S. 9). Erst wenn diese Verbindung von den Kindern sichergestellt ist, sollte die Sprechweise thematisiert werden.

Wenn das Verständnis für den Stellenwert (Verbindung von Menge, Zahlwort und Ziffernschreibweise) gut gesichert ist, können Additionen und Subtraktionen von Einern ohne Über- oder Unterschreitung (z.B. $24 + 3 =$) und von ganzen Zehnern (z.B. $24 + 30 =$)

gemacht werden. Wichtig dabei ist die Unterstützung durch Stellenwertmaterial. Dabei wird der ZR 10 durch Analogieaufgaben im ZR 100 wiederholt bevor dann die Zehnerüberschreitung zum Thema wird.

Screening zur Überprüfung des Stellenwertverständnisses

Grundsätzlich kann jede Zahl in drei verschiedenen Darstellungsformen angegeben werden:

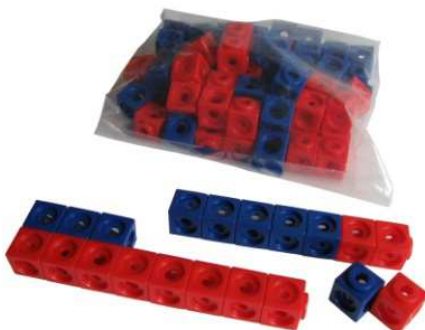


Bei der Übung und auch bei der Überprüfung des Stellenwertverständnisses kann jeweils von einer Darstellungsform ausgegangen werden und die Kinder sollen die beiden anderen Darstellungsformen angeben können, z.B. eine Menge wird mit Zehnerstangen und Einerwürfeln gelegt, die Kinder sollen das Zahlwort nennen und die Zahl aufschreiben können.

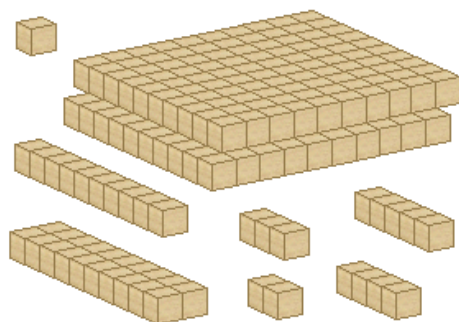
Das Screening sollte erst eingesetzt werden, wenn anzunehmen ist, dass der überwiegende Teil der Kinder bereits über ein tragfähiges Verständnis verfügt. Der Vorteil besteht darin, dass viele Kinder diese Überprüfung als angenehm und leicht empfinden. Gleichzeitig erhält man sehr genaue und differenzierte Informationen, für welche Kinder welche Aspekte noch nicht wirklich verfügbar sind.

D) Materialien für den ZR 100 und ihre Einsatzmöglichkeiten

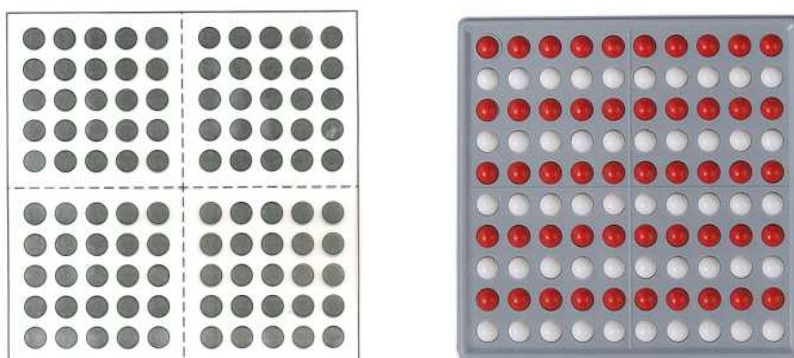
1. Steckwürfel eignen sich besonders für die Einführung des Stellenwertes und die erste Phase des Bündelns. Wenn diese nicht vorhanden sind, kann auch anderes unstrukturiertes Material (Steine, Kastanien,...) verwendet werden.



2. Stellenwertmaterial, auch Dienes-Material genannt, macht das Tauschen von 10 Einern in einen Zehner bzw. das Aufbrechen von einem Zehner in 10 Einer anschaulich. Durch die Darstellung von mehrstelligen Zahlen durch dieses Material kann die Mächtigkeit der Menge dargestellt werden. Es wird gut sichtbar, welche Zahl größer ist, ein Gefühl für die Größe einer Zahl kann entwickelt werden.



3. Hunderterfeld und Abaco machen es möglich, mehrstellige Zahlen mit Hilfe eines Abdeckwinkels oder durch Aufrollen als Menge darzustellen.



4. Auf der Hundertertafel kann der Platz einer Zahl bestimmt werden. Es besteht die Gefahr, dass die Zahlen als Rangplätze und nicht als Mengen gedacht werden. Wenn die Hundertertafel zum Rechnen verwendet wird, besteht die Gefahr des Zählens!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Weiterführende Literatur

Gaidoschik, M. (2007). Rechenschwäche vorbeugen. Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien: öbv & hpt

Grüßing, M.; Peter-Koop, A. Hrsg. (2010, 3. Auflage). Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten-Fördern-Dokumentieren. Offenburg: Mildener Verlag

Lenart, F./ Holzer, N./ Schaupp, H. (Hrsg) (2003). Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie. Graz: Leykam

Padberg, F., Benz, C. (2011). Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Schaupp, H. / Holzer, N./ Lenart, F. (2007). ERT 1+ Eggenberger Rechentest. Diagnostikum für Dyskalkulie für das Ende der 1. Schulstufe bis Mitte der 2. Schulstufe. Bern: Huber, Hogrefe AG

Fragen, Rückmeldungen, Verbesserungsvorschläge bitte an:

Ursula Grasser

ursula.grasser@kphgraz.at

Norbert Holzer

norbert.holzer@kphgraz.at

Lösungen für die Bündelungen: $35_{[10]} = 203_{[4]} = 120_{[5]} = 100011_{[2]}$

Anhang zur Vertiefung des persönlichen fachlichen Wissens

Gedacht für jene, die sich in die Situation der Kinder versetzen lassen möchten, dem „Stellenwertdenken“ das erste Mal zu begegnen.

Nichtdekadische Stellenwertsysteme

Die Bearbeitung nichtdekadische Stellenwertsysteme sind in der Grundschule nicht vorgesehen, es erscheint jedoch sinnvoll, wenn sich Lehrerinnen und Lehrer damit auseinandersetzen, um zu einem tieferen Verständnis zu kommen.

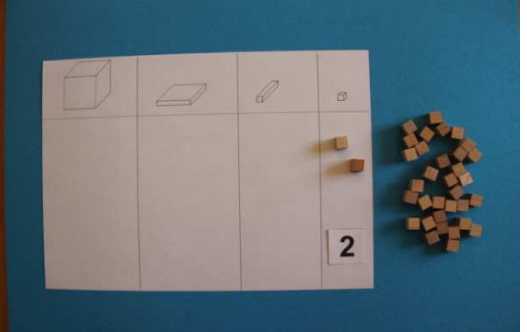
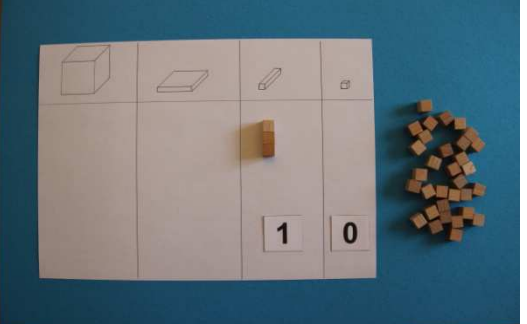
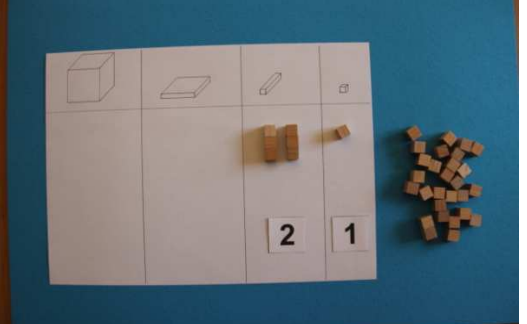
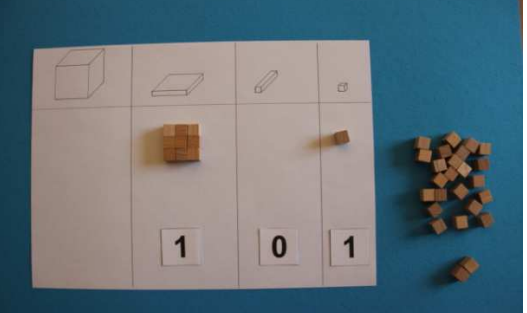
„Bündeln“ bedeutet, eine vorgegebene Menge in gleich große Portionen zu unterteilen. Die Größe der Portion ist die durchgängige „Bündelungsvorschrift“.

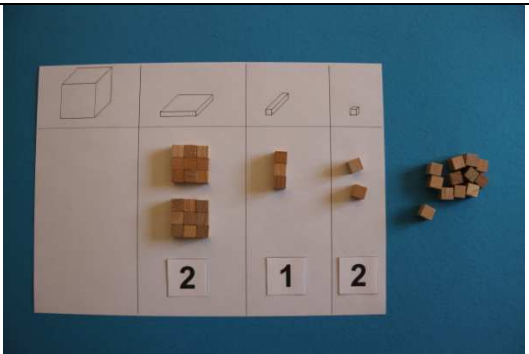
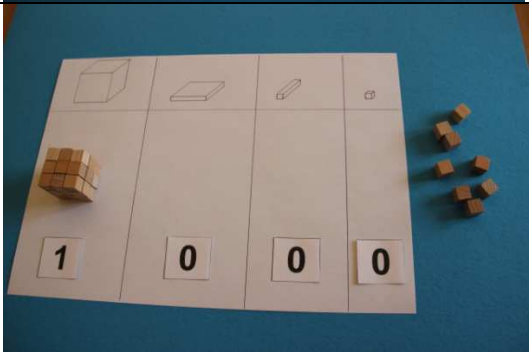
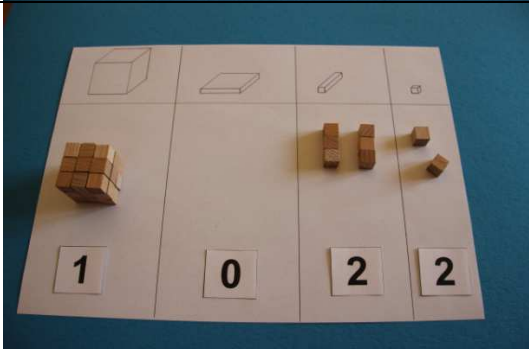
Im ersten Bündelungsschritt entstehen Stangen (im dekadischen System „Zehner“ genannt). Wenn dabei ein Rest bleibt, dann sind das die „Einer“.

Wenn genug Stangen vorhanden sind, werden daraus Platten gebündelt (im dekadischen System „Hunderter“ genannt).

Wenn genug Platten vorhanden sind, entstehen daraus große Würfel (im dekadischen System „Tausender“ genannt).

Als Beispiel werden 35 Würfel in ein 3er-System gebündelt:

<p>Man kann dabei wie beim Zählen vorgehen. Die Würfel werden zuerst in die „Einerspalte“ gelegt. Auf dem Bild sind bereits 2 Elemente „gezählt“.</p>	
<p>Sobald 3 Einer vorhanden sind, entsteht daraus eine Stange. 3 Würfel im Zehnersystem ergibt die Zahl 10 im Dreiersystem (gesprochen als „eins-null mit der Basis 3“).</p> $3_{[10]} = 10_{[3]}$	
<p>Hier sieht man bereits 2 Stangen und 1 Einer, die gezählt wurden, das sind 7 Würfel, die im Dreiersystem die Zahl 21 ergeben. Man sollte dazu allerdings „zwei-eins mit der Basis 3“ und nicht „einundzwanzig“ sagen, da unsere Zahlwörter nur für das dekadische System gelten.</p>	
<p>Wenn nun noch 3 Würfel dazugegeben werden, kann man bereits eine Platte bauen, die im Dreiersystem aus 9 Würfeln (3 Stangen zu je 3 Würfeln) besteht. Um die Zahl 101 („eins-null-ein mit der Basis 3“) im Dreiersystem darzustellen, braucht man 10 Würfeln.</p> $101_{[3]} = 10_{[10]}$	

<p>Hier sieht man bereits 2 Platten, eine Stange und 2 Einerwürfel, das sind insgesamt 23 Würfeln.</p> $23_{[10]} = 212_{[3]}$	
<p>Ein neuer Stellenwert: ein großer Würfel entsteht, wenn es 3 Platten gibt.</p> $1000_{[3]} = 27_{[10]}$	
<p>Wenn man den Rest der insgesamt 35 Würfeln noch bündelt, entsteht die Zahl 1022 im Dreiersystem.</p> $35_{[10]} = 1022_{[3]}$	

An diesem Beispiel werden die 3 Konzepte des Stellenwertes sehr deutlich:

Die fortlaufende Bündelung ergibt zuerst Stangen, dann Platten, dann Würfel und wenn man weiterdenkt wieder viel größere Stangen, viel größere Platten, viel größere Würfel usw.

Das Stellenwertprinzip besagt, dass der Wert einer Ziffer davon abhängt, wo sie steht. Die 2 bei den Einern hat einen anderen Wert (2 Würfel) als die 2 bei den Stangen (6 Würfel).

Die Null wird benötigt, um anzugeben, dass bei der Bündelung keine Platten entstanden sind. Dadurch kommt man mit den Ziffern 0, 1 und 2 aus und es ist keine Angabe der Bündelungseinheit notwendig.

Als Übung können Sie versuchen, die gleiche Anzahl von Würfeln in eine Viererbündelung und in eine Fünferbündelung umzuwandeln. Welche Zahl würde sich bei einer Zweierbündelung ergeben? Die Lösungen sind auf Seite 14 (unter den Kontaktadressen) zu finden. Wenn Ihnen diese Übungen Schwierigkeiten machen, dann entwickeln Sie dadurch möglicherweise mehr Verständnis für Kinder, die lange brauchen, um unser dekadisches System wirklich zu verstehen.